



Май, 2021 год



**Вступительный экзамен по математике**

Вариант I

1. Упростить выражение

$$\frac{a^2+13a+42}{\sqrt{a^2+14a+49}} + \frac{a^2+11a+30}{\sqrt{a^2+12a+36}} \text{ при } a \in (-7; -6).$$

2. Решить уравнение:

$$\left(\frac{x+1}{x+2}\right)^2 + \left(\frac{x}{x+4}\right)^2 = 2 \frac{x^2+x}{x^2+6x+8}.$$

3. Решить неравенство:

$$\sqrt{x+7} \geq \sqrt{2x} + 1.$$

4. Решить уравнение:

$$\frac{|x^2 - 4x|}{x} + |-x| = 4$$

5. Найти остаток от деления натурального числа на 7, если остаток от его деления на 14 равен 11.

6. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CH$  – высота,  $BC=3$ ,

$CH : CB = \sqrt{35} : 6$ . Найти  $AH$ .

7. Найти все значения параметра  $a$ , при которых уравнение

$$a(a-5)x^2 + 2(a-5)x + 1 = (10a-56)x^2$$

имеет два решения.

8. Упростить:

$$\frac{\operatorname{ctg} \alpha}{1-\operatorname{ctg}^2 \alpha} \cdot \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha - 1}{\operatorname{tg} \alpha}.$$

9. Сумма второго, третьего и четвёртого членов убывающей арифметической прогрессии в три раза больше квадрата разности этой прогрессии. Сумма третьего и шестого ее членов равна двум. Найти сумму первых шести членов этой прогрессии.

10. Найти число, если его 7 % составляют

$$7 \frac{7}{11} + 3 \cdot 24 \frac{4}{33} + \frac{122,94}{0,(18)+1\frac{9}{11}}$$



**ПОЛИТЕХ**

Санкт-Петербургский  
политехнический университет  
Петра Великого

**ЕСТЕСТВЕННО  
-НАУЧНЫЙ  
ЛИЦЕЙ**

Май, 2021 год

**Вступительный экзамен по математике**

Вариант II



1. Упростить выражение

$$\frac{a^2+15a+56}{\sqrt{a^2+16a+64}} + \frac{a^2+13a+42}{\sqrt{a^2+14a+49}} \text{ при } a \in (-8; -7).$$

2. Решить уравнение:

$$\left(\frac{x-3}{x-1}\right)^2 + \left(\frac{x}{x+1}\right)^2 = 2 \frac{x^2-3x}{x^2-1}.$$

3. Решить неравенство:

$$\sqrt{7-x} \geq \sqrt{-2x} + 1.$$

4. Решить уравнение:

$$\frac{|x^2 - 2x|}{x} + |x| = 2.$$

5. Число  $n$  имеет остаток 2 при делении на 6. Какой остаток при делении на 6 имеет число  $5n+1$ ?

6. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CH$  – высота,  $BC=3$ ,  $CH : CB = \sqrt{35} : 6$ . Найти  $BH$ .

7. Найти все значения параметра  $a$ , при которых уравнение

$$a(a-5)x^2 + 2(a-5)x + 1 = (10a-56)x^2$$

имеет одно решение.

8. Упростить:

$$\frac{\tg \alpha}{1-\tg^2 \alpha} \cdot \frac{\ctg^2 \alpha - 1}{\ctg \alpha}.$$

9. Сумма второго, третьего и четвёртого членов убывающей арифметической прогрессии в три раза больше квадрата разности этой прогрессии. Сумма третьего и шестого ее членов равна двум. Найти сумму первых двенадцати членов этой прогрессии.

10. Найти число, если его 9 % составляют

$$54 \frac{6}{11} + 3 \cdot 21 \frac{18}{22} + \frac{185,67}{0,(27) + 2 \frac{8}{11}}$$